

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ГЕОЛОГИЯ
И
ГЕОФИЗИКА
№ 10

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)



НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1985

CALCULATION OF NEUTRONS FLOW IN CARRYING
OUT ELEMENTAL RADIOGRAPHIC ANALYSIS

Presented in the paper are the results of calculation of neutrons flow in carrying out elemental radiographic analysis of the samples irradiated in neutron field of the reactors. As an example here are given calculation data obtained for real rocks which contain different amount of boron and rare earth elements violently absorbing neutrons.

УДК 550.83

А. Н. КРЕМЛЕВ

ВОЛНОВОЙ АНАЛОГ МЕТОДА ОГТ

Получено новое решение задачи определения малой скоростной неоднородности по дифрагированному волновому полю, зарегистрированному многоэлементной системой приемников при последовательном возбуждении идентичных источников. Эффект накопления за счет переопределенности исходных данных позволяет реализовать подход типа ОГТ для подавления многократно рассеянных волн-помех при визуализации произвольных неоднородностей скорости. Эффективность построенного алгоритма проверена численным моделированием.

В настоящее время одним из основных методов обработки сейсмо-разведочных данных является метод общей глубинной точки (МОГТ) [7—9]. Этот метод использует системы наблюдений многократного перекрытия. Суммирование сеймотрасс по годографам ОГТ совместно с процедурой анализа спектра скоростей приводит к усилению полезного сигнала и подавлению многократно отраженных волн-помех. Эти достоинства метода ОГТ позволяют восстанавливать плавные, почти горизонтальные поверхности раздела неоднородностей исследуемых слоистых сред.

Однако метод ОГТ, по существу, не использует динамических характеристик отраженных волн. Поэтому он не всегда восстанавливает резкие нерегулярные вариации скорости, приводящие к дифракционному рассеянию зондирующих сигналов. В связи с этим представляется интересным создание такого метода обработки, который бы сохранял достоинства метода ОГТ и, кроме того, учитывая волновую природу процесса рассеяния, позволял бы восстанавливать как плавные границы раздела, так и резкие неоднородности исследуемой среды. С этой целью в настоящей работе рассматривается для волнового уравнения задача определения слабой финитной неоднородности скорости по рассеянному на этой неоднородности полю, зарегистрированному многоэлементной площадной системой приемников при последовательном включении идентичных источников.

Обратная задача рассеяния вертикально падающей плоской волны на слабой неоднородности скорости рассматривалась в работах [3—5], в которых были получены теоремы существования и единственности. Было показано, что по рассеянной плоской волне можно определить спектр искомой функции скорости вдоль некоторого контура в комплексной плоскости. Однако часть этого контура лежит не на действительной оси, а принимает комплексные значения, поэтому при вычислении обратного преобразования Фурье интеграл вдоль этого участка контура обладает плохой помехоустойчивостью, экспоненциально ухудшающейся с глубиной. Варьируя угол падения волны, можно, конечно, получить спектр искомой функции на действительной оси, однако при этом не удастся реализовать процедуру накопления искомой функции, которая столь эффективно работает в методе ОГТ.

В настоящей работе получено новое строгое решение задачи определения слабой неоднородности скорости по дифрагированному волновому

полю, зарегистрированному многоэлементной системой источников и приемников. Показано, что это решение позволяет не только вычислять вариации скорости устойчивым образом, но и реализовать процедуру накопления. Полученный результат является естественной формой решения задачи для систем регистрации многократного перекрытия. Эффект накопления искомой функции за счет переопределенности исходных данных открывает путь использования методики, аналогичной методу ОГТ, с целью подавления многократно рассеянных волн-помех при визуализации произвольных (не слабых) неоднородностей скорости. В работе приведены некоторые численные примеры визуализации таких неоднородностей, иллюстрирующие предлагаемый алгоритм. Автору представляется, что этот метод может быть полезен для практической обработки сейсмо-разведочных данных при визуализации глубоко расположенных и сложно построенных неоднородностей исследуемых сред.

Предлагаемый алгоритм был впервые описан автором в 1980 г. [6].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим обратную задачу дифракции акустических волн, распространяющихся в безграничной среде со скоростью c , на неоднородном включении, занимающем ограниченную область Γ (рис. 1). Волновое поле $u = u(\mathbf{r}, \rho_0, t)$ возбуждается в момент времени $t = 0$ точечным импульсным источником, находящимся на плоскости $z = 0$ в точке $\rho_0 = (x_0, y_0)$, и описывается уравнением

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} [1 + a(\mathbf{r})] u_{tt} = \delta(\mathbf{r} - \rho_0) \delta(t). \quad (1)$$

Поставим задачу определения функции $a(\mathbf{r})$ по рассеянному полю $u(\rho, \rho_0, t)$, известному на плоскости $z = 0$ для различных положений источника и приемника. Отметим, что эти данные избыточны; это будет использовано для накопления искомой функции.

Пусть

$$u(\mathbf{r}, \rho_0, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} u(\mathbf{r}, \rho_0, \omega) \quad (2)$$

есть представление Фурье волнового поля. Каждая из гармоник волнового поля $u(\mathbf{r}, \rho_0, \omega)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца, которое с учетом условия излучения эквивалентно, как известно, интегральному уравнению

$$u(\mathbf{r}, \rho_0, k) = G_0(k|\mathbf{r} - \rho_0|) - k^2 \int d\mathbf{r}' u(\mathbf{r}, \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|. \quad (3)$$

Здесь $G_0(kr) = -\exp(ikr)/(4\pi r)$ — функция Грина для однородного пространства, $k = \omega/c$ — волновое число. Нетрудно также убедиться, что справедливо уравнение

$$u(\mathbf{r}, \rho_0, k) = G_0(k|\mathbf{r} - \rho_0|) - k^2 \int d\mathbf{r}' G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \rho_0|) + k^4 \int d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|) a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \rho_0|. \quad (4)$$

Действительно, подставляя выражение (4) в уравнение Гельмгольца и используя (3), получаем тождество.

Функция Грина $G_0(k|\mathbf{r} - \rho_0|)$ описывает распространение волны в однородном пространстве из точки ρ_0 в точку \mathbf{r} , поэтому первое слагаемое в правой части соотношения (4) соответствует прямой волне. Второе сла-

гаемое этого соотношения описывает распространение волны из точки ρ_0 до точки \mathbf{r}' , рассеяние в точке \mathbf{r}' с амплитудой $a(\mathbf{r}')$ и затем прохождение волны из точки \mathbf{r}' в точку наблюдения \mathbf{r} . Это слагаемое описывает однократно рассеянную волну. И наконец, последнее слагаемое соответствует волнам более высоких кратностей рассеяния. Будем считать, подобно тому, как это делается в методе ОГТ, что однократно рассеянные волны являются информативными волнами, а многократно рассеянные волны суть волны-помехи. Зададимся целью определять и, пользуясь избыточностью данных, накапливать искомую функцию $a(\mathbf{r})$ по однократно рассеянным волнам, предполагая, что процедуры накопления и перебора скоростей позволят подавлять многократно рассеянные волны. Это предположение, по-видимому, можно подтвердить лишь эмпирически. Строгие оценки вклада многократных волн будут приведены ниже лишь для слабых неоднородностей скорости $a(\mathbf{r})$, т. е. в приближении Рэлея — Борна.

Итак, рассмотрим задачу определения функции $a(\mathbf{r})$ из уравнения

$$v(\rho, \rho_0, k) = -k^2 \int d\mathbf{r}' G_0(k|\rho - \mathbf{r}'|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \rho_0|) \quad (5)$$

по функции $v(\rho, \rho_0, k) = u(\rho, \rho_0, k) - G_0(k|\rho - \rho_0|)$. Выполним преобразование Фурье уравнения (5) по переменным ρ и ρ_0 . Воспользовавшись формулой [1]

$$\int d\rho \exp(i\mathbf{x}\rho \pm i|k|\sqrt{\rho^2 + z^2}) (\rho^2 + z^2)^{-1/2} = \pm \frac{2\pi i}{\sqrt{k^2 - \kappa^2}} \exp(\pm i|z|\sqrt{k^2 - \kappa^2}), \quad (6)$$

$$\text{получим } v(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, k) = \frac{1}{4} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 - \kappa^2} \sqrt{k^2 - \kappa_0^2}} \int dz' \exp[\pm iz'(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2})] a(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, z'). \quad (7)$$

Здесь ветви корней следует выбирать таким образом, чтобы $\sqrt{k^2 - \kappa^2} = \pm i\sqrt{\kappa^2 - k^2}$ при $|k| < \kappa$, а верхний и нижний знаки соответствовали случаям $k > 0$ и $k < 0$. Заметим, что интеграл по переменной z' в правой части соотношения (7) имеет вид интеграла Фурье. Если k варьировать от $-\infty$ до $+\infty$, то параметр $p = \pm(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2})$ описывает в комплексной плоскости некоторый контур C , состоящий из интервалов $(-\infty, -\sqrt{|\kappa^2 - \kappa_0^2|})$, $(\sqrt{|\kappa^2 - \kappa_0^2|}, \infty)$ действительной оси и полуокружности радиуса $\sqrt{|\kappa^2 - \kappa_0^2|}$, лежащей в верхней полуплоскости. Таким образом, соотношение (7) позволяет для $p \in C$ выразить Фурье-образ $a(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, p)$ искомой функции $a(\mathbf{r})$ через известную функцию $v(\rho, \rho_0, k)$. Для этого рассмотрим обратное преобразование Фурье:

$$a(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, z) = \int \frac{dp}{2\pi} e^{-ipz} a(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, p). \quad (8)$$

Деформируем путь интегрирования в контур C . Сделав замену переменных $p = \pm(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2})$ для участков контура, лежащих в полуплоскостях $\text{Re } p > 0$ и $\text{Re } p < 0$ соответственно, и воспользовавшись соотношением (7), получим

$$a(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, z) = \int dk |k|^{-1} (\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2}) \times \exp[\mp iz(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2})] \cdot v(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, k). \quad (9)$$

Отсюда для каждого фиксированного κ_0 имеем

$$a(\mathbf{r}) = \int \frac{d\kappa}{(2\pi)^2} dk |k|^{-1} \left(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right) \exp \left[i(\kappa + \kappa_0) \rho \mp \mp iz \left(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right) \right] v(\kappa, \kappa_0, k). \quad (10)$$

Заметим, что интеграл (10) обладает плохой помехоустойчивостью. Например, для значения $\kappa_0 = 0$ (соответствующего вертикально падающей плоской волне) ветви корней в экспоненциальном сомножителе таковы, что при $\kappa > |k|$ мы домножаем $v(\kappa, 0, k)$ на возрастающую при увеличении z экспоненту $\exp(z\sqrt{\kappa^2 - k^2})$. Присутствие таких неоднородных волн приводит к тому, что небольшие погрешности в исходных данных могут сильно изменить результат вычислений.

Наличие в выражении (10) свободного параметра κ_0 соответствует избыточности исходных данных и позволяет реализовать процедуру накопления искомой функции. Задавшись целью построить алгоритм определения функции $a(\mathbf{r})$ по всей совокупности данных $v(\rho, \rho_0, k)$, заметим, что в силу теоремы взаимности $v(\rho, \rho_0, k) = v(\rho_0, \rho, k)$. Поэтому как переменные ρ и ρ_0 , так и соответствующие им спектральные векторы κ и κ_0 должны входить в этот алгоритм симметричным образом. Эти соображения подсказывают, что для накопления искомой функции следует проинтегрировать обе части выражения (10) по переменной κ_0 . Однако при этом мы получаем расходящиеся интегралы. Физическая природа этих расходимостей связана с тем обстоятельством, что каждый точечный источник рассеивает на неоднородности Γ волны, обладающие конечной энергией, а континуальное количество источников соответствует бесконечно большой энергии, что и приводит к расходящимся интегралам. Для адекватной физической постановки задачи заметим, что при площадных системах наблюдения возбуждение и регистрация волн осуществляются в узлах сетки точек, расположенных на апертуре $L \times L$ с интервалом Δx между ними (см. рис. 1). Величина Δx определяет разрешающую способность $\lambda \sim 1/K$ и наибольшую пространственную частоту $K = 2\pi/\Delta x$, соответствующую такой системе наблюдения. Более точный математический анализ, проведенный ниже, показывает, что если мы отбросим неоднородные волны, домножим подынтегральное выражение (10) на множитель

$$m = \left[1 + (\kappa + \kappa_0)^2 / \left(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

и проинтегрируем обе части соотношения (10) по всем физически различным векторам κ_0 , то получим искомый оператор фокусировки

$$\beta_K(\mathbf{r}) = 8\pi L^2 \int_0^K dk \int \frac{d\kappa}{(2\pi)^2} \int \frac{d\kappa_0}{(2\pi)^2} \theta(k^2 - \kappa^2) \theta(k^2 - \kappa_0^2) \times \times \Phi(\kappa, \kappa_0, k, \mathbf{r}) v(\kappa, \kappa_0, k) + \text{к. с.}, \quad (12)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда,

$$\Phi \equiv k^{-1} \left(k^2 + \kappa\kappa_0 + \sqrt{k^2 - \kappa^2} \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right)^{1/2} \cdot \exp \left[i(\kappa + \kappa_0) \rho - - iz \left(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right) \right], \quad (13)$$

а к. с. здесь и далее означает комплексное сопряжение предыдущего слагаемого. Подчеркнем, что переход от выражения (10) к оператору фокусировки (12) не был нами обоснован. Поэтому оператор фокусировки (12) требует детального математического исследования, которое мы проведем в следующем разделе.

В этом параграфе мы сформулируем и докажем корректное математическое утверждение, которое позволяет обосновать предложенный выше алгоритм (12).

Определим функции:

$$\Delta_K(\mathbf{r}) = \frac{2}{K^2} \int_0^K dk \int \frac{d\kappa}{(2\pi)^2} \int \frac{d\kappa_0}{(2\pi)^2} \theta(k^2 - \kappa^2) \theta(k^2 - \kappa_0^2) \times \times [\Phi(\kappa, \kappa_0, k, \mathbf{r}) + \Phi^*(\kappa, \kappa_0, k, \mathbf{r})], \quad (14)$$

$$a_K(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \Delta_K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') a(\mathbf{r}'). \quad (15)$$

Л е м м а. $\lim_{K \rightarrow \infty} a_K(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r})$ для произвольной финитной функции $a(\mathbf{r}) \in C^\infty$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Сделаем в интеграле (14) замену переменных $\kappa = kx$, $\kappa_0 = kx_0$, $k = K\xi$. Тогда

$$\Delta_K(\mathbf{r}) = K^2 \cdot f(K\rho, Kz). \quad (16)$$

Здесь $\mathbf{r} = (\rho, z)$, а функция

$$f(\mathbf{r}) = 2 \int_0^1 d\xi \xi^4 \int \frac{dx}{(2\pi)^2} \int \frac{dx_0}{(2\pi)^2} \theta(1 - x^2) \theta(1 - x_0^2) \times \times [\Phi(x, x_0, 1, \xi\rho, \xi z) + \text{к. с.}] \quad (17)$$

В приложении показано, что спектр

$$F(\kappa, p) = \int d\rho dz \exp(-i\kappa\rho - ipz) f(\rho, z) \quad (18)$$

функции $f(\mathbf{r})$ обладает свойствами:

$$|F(s)| \leq 1, F(s) = 0 \text{ при } |s| > 1, F(s) = 1 + O(s^2) \text{ при } |s| \leq 1. \quad (19)$$

Здесь $s = (\kappa, p)$. Воспользовавшись теоремой о преобразовании Фурье свертки функций, получим

$$a_K(\mathbf{r}) = \int \frac{ds}{(2\pi)^3} e^{isr} F\left(\frac{s}{K}\right) a(s). \quad (20)$$

Из свойств (19) спектра $F(s)$ следует, что спектр функции $a_K(\mathbf{r})$ совпадает со спектром функции $a(\mathbf{r})$ для частот $|s| \leq K$. Переходя к пределу $K \rightarrow \infty$ под знаком интеграла (20), получаем утверждение леммы.

Функция $\Delta_K(\mathbf{r})$ является аппроксимацией δ -функции Дирака. Из соотношений (19) вытекает, что функция $a_K(\mathbf{r})$ получится из функции $a(\mathbf{r})$ в результате локального усреднения последней по объему с размерами $\lambda \sim 1/K$.

Т е о р е м а. Пусть $M = \sup |a(\mathbf{r})|$ — контрастность неоднородности скорости, l — диаметр области Γ . Тогда для функции

$$\alpha_K(\mathbf{r}) = \frac{2^{3/2}}{K^2} \int_0^K dk \int \frac{d\kappa_0}{(2\pi)^2} \frac{d\kappa}{(2\pi)^2} \theta(k^2 - \kappa^2) \theta(k^2 - \kappa_0^2) \times \times [\Phi(\kappa, \kappa_0, k, \mathbf{r}) v(\kappa, \kappa_0, k) + \text{к. с.}] \quad (21)$$

имеет место оценка: $|\alpha_K(\mathbf{r}) - a_K(\mathbf{r})| \leq M^2 K^5 l^5$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Вычислим преобразование Фурье соотношения (4) по переменным ρ и ρ_0 . Воспользовавшись формулой (6), полу-

чим: $v(\kappa, \kappa_0, k) = v_0(\kappa, \kappa_0, k) + \delta v(\kappa, \kappa_0, k)$, где

$$v_0(\kappa, \kappa_0, k) = \frac{1}{4} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 - \kappa^2} \sqrt{k^2 - \kappa_0^2}} \int d\mathbf{r}' \exp \left[-i(\kappa + \kappa_0) \rho' \pm \right. \\ \left. \pm iz' \left(\sqrt{k^2 - \kappa^2} + \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right) \right] a(\mathbf{r}'), \quad (22)$$

$$\delta v(\kappa, \kappa_0, k) = \frac{1}{4} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 - \kappa^2} \sqrt{k^2 - \kappa_0^2}} \int d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \exp \left(-i\kappa \rho'' - \right. \\ \left. - i\kappa_0 \rho' \pm iz'' \sqrt{k^2 - \kappa^2} \pm iz' \sqrt{k^2 - \kappa_0^2} \right) a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}'). \quad (23)$$

Поделим интегральный оператор (21) на спектр дифрагированного поля $v(\kappa, \kappa_0, k)$. В результате действия этого оператора на $v_0(\kappa, \kappa_0, k)$ мы получим функцию $a_K(\mathbf{r})$. Оценим результат действия оператора (21) на $\delta v(\kappa, \kappa_0, k)$. Для $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in \Gamma$ и $|k| \leq K$ волновое поле удовлетворяет неравенству

$$|u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)| \leq \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \cdot \frac{1}{l} \right), \quad (24)$$

где $\varepsilon = MK^2 l^2$. Воспользовавшись этим неравенством и соотношением (23), получим, что $|\alpha_K(\mathbf{r}) - a_K(\mathbf{r})| \leq \varepsilon^2 \cdot Kl$.

Заметим, что вычисляемая нами по дифрагированному полю функция $\alpha_K(\mathbf{r})$ оказывается близка к локальному усреднению $a_K(\mathbf{r})$ искомой функции $a(\mathbf{r})$, если параметр $\varepsilon \ll 1$. Малость этого параметра суть условие применимости приближения Рэлея — Борна, которое заключается в том, что неоднородность скорости слабо искажает падающую и рассеянную волны. Условие $\varepsilon = MK^2 l^2 \ll 1$ накладывает ограничение на разрешающую способность $\lambda \sim 1/K$ определения функции $a(\mathbf{r})$ и величину контрастности включения M .

Волновой аналог метода ОГТ

Полученное нами в предыдущих разделах решение модельной задачи определения слабых неоднородностей скорости может быть положено в основу методики визуализации произвольных (не слабых) неоднородностей, аналогичной методу ОГТ. Действительно, это решение существенно использует систему наблюдений многократного перекрытия. Усреднение вычисляемой функции по этим избыточным данным не только повышает ее статистическую достоверность, но и позволяет реализовать идеологию метода ОГТ с учетом волновой природы процесса зондирования. В этом разделе мы приведем рассуждения, аналогичные стандартным объяснениям практической эффективности МОГТ, и некоторые численные примеры, иллюстрирующие работоспособность предлагаемого алгоритма для визуализации сильных неоднородностей.

Рассеянное волновое поле $u(\rho, \rho_0, k)$ будем представлять в виде суперпозиции полезных однократно рассеянных волн и многократно рассеянных волн-помех. Структура этих волн аналогична структуре соответствующих слагаемых в соотношении (4) с некоторыми эффективными скоростями распространения. В результате действия оператора фокусировки (12) на однократно рассеянные волны получим

$$\beta_K(\mathbf{r}) = N \cdot a_K(\mathbf{r}), \quad (25)$$

где $N = L^2/\Delta x^2$ — количество точек на апертуре, характеризующее степень переопределенности исходных данных. Таким образом, в результате действия оператора фокусировки (12) на однократно рассеянные волны мы получаем накопление локального усреднения $a_K(\mathbf{r})$ искомой функции $a(\mathbf{r})$, пропорциональное степени переопределенности исходных данных. Такое накопление происходит благодаря синфазному суммированию полезного сигнала, поскольку оператор (12) учитывает геометрию одно-

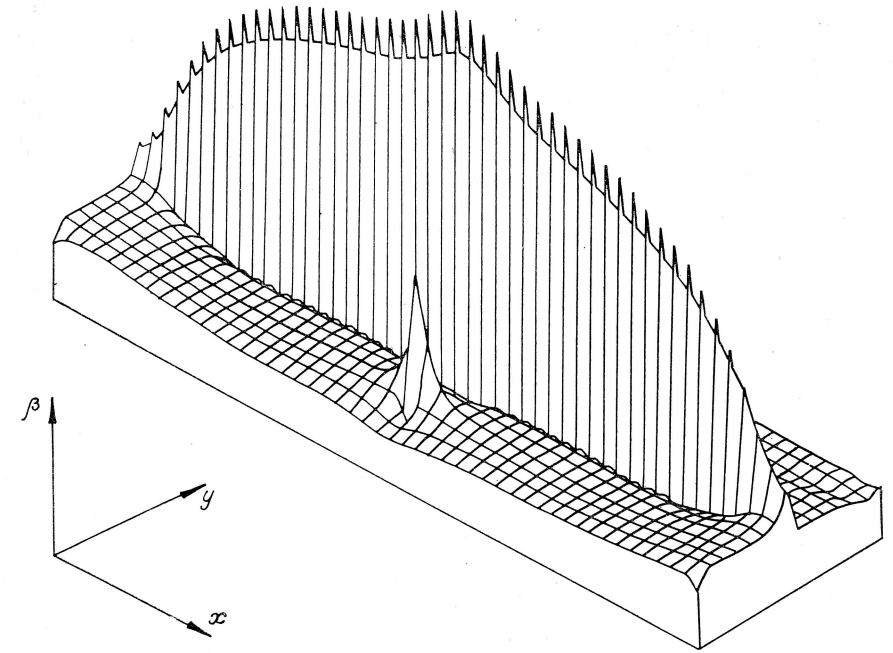


Рис. 2. Рельеф функции $\beta_K(x, y)$ для рассеивающей точки и отражающей плоскости.

кратного рассеяния и компенсирует осциллирующие множители в выражении (22), соответствующие временным задержкам при распространении падающей и рассеянной волн. Для многократно рассеянных волн подобная компенсация отсутствует и представляется естественным, что накопление этих слагаемых происходит, вообще говоря, некоторым случайным образом. Это позволяет предположить, что при увеличении кратности перекрытия N предлагаемый алгоритм, совместно с процедурой анализа спектра скоростей [9], позволит эффективно визуализировать сложно построенные неоднородные среды. Последнее требует дальнейшего экспериментального подтверждения.

В заключение опишем некоторые численные эксперименты, иллюстрирующие описанный алгоритм. Для простоты все расчеты проводились для плоского случая. Скорость вмещающей среды c полагалась равной 1 км/с. Расстояние Δx между точками на оси x , в которых помещались источники и вычислялось рассеянное поле, равно 0,1 км. Количество таких точек на апертуре $N = 64$, $\Omega = Kc = 30$ рад/с.

а). Пологие и плавные границы раздела скорости — характерные структуры для сейсмической разведки. Простейшая модель таких границ — отражающая плоскость. Однако визуализация резких локальных неоднородностей скорости — весьма трудная задача для метода ОГТ. Была рассмотрена среда, содержащая рассеивающую точку, находящуюся посередине апертуры с абсциссой $x_p = 3,2$ км на глубине $y_p = 1$ км, и отражающую плоскость на глубине $y_{пл} = 2$ км. Волновое поле, рассеянное на точке, моделировалось выражением

$$v_p(x, x_0, k) = -k^2 G_0 \left(k \sqrt{(x - x_p)^2 + y_p^2} \right) G_0 \left(k \sqrt{(x_0 - x_p)^2 + y_p^2} \right) \quad (26)$$

(сравни с (4)); здесь $G_0(k\rho) = i/4 \cdot H_0^{(1)}(k\rho)$ — функция Грина уравнения Гельмгольца на плоскости, $H_0^{(1)}(z)$ — функция Ганкеля; x_0, x — абсциссы источника и приемника, находящихся на прямой $y = 0$; (x_p, y_p) — координаты рассеивающей точки. Поле, отраженное от плоскости, вычислялось по формуле

$$v_{пл}(x, x_0, k) = G_0 \left(k \sqrt{(x - x_0)^2 + 4y_{пл}^2} \right). \quad (27)$$

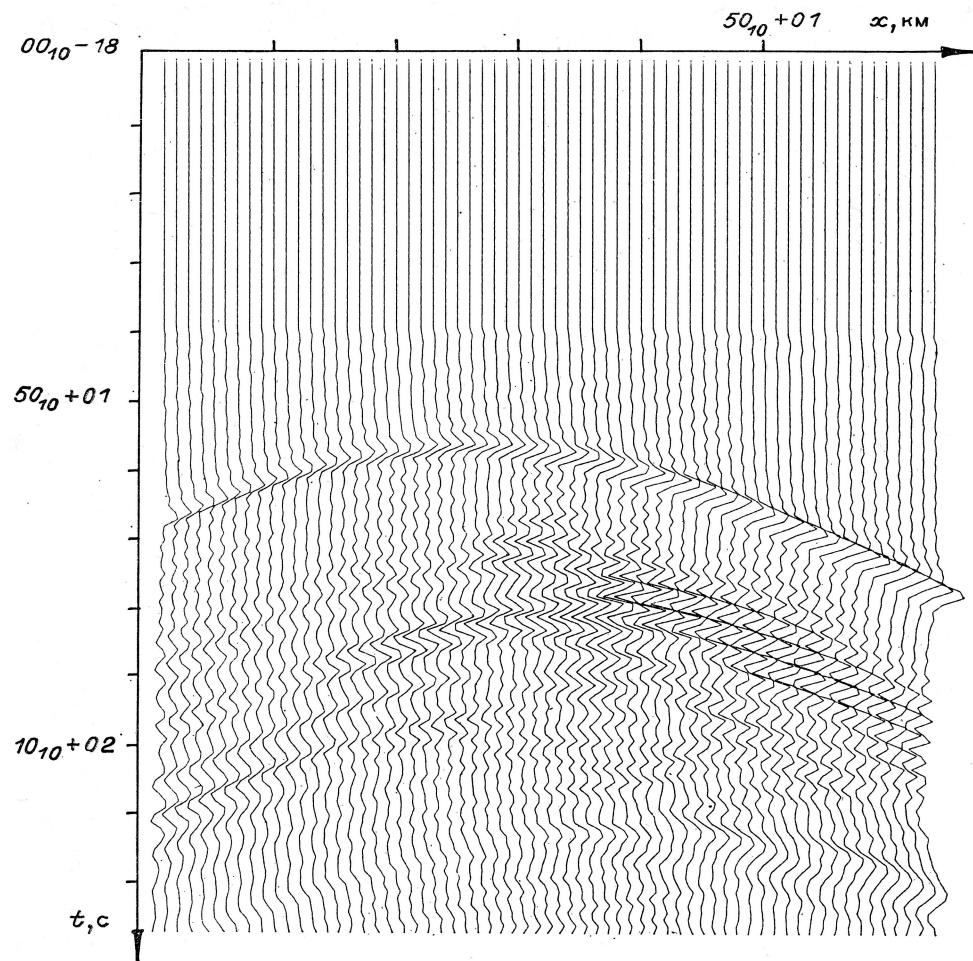


Рис. 3. Монтаж трасс волнового поля, рассеянного на цилиндрическом включении с эллиптическим сечением.
Источник находится в точке $x_0 = 6,4$ км, $c_1 = 1$ км/с, $c_2 = 0,9$ км/с.

Полное поле, рассеянное такой системой, состоит из четырех слагаемых, соответствующих различным траекториям луча: источник — точка — приемник; источник — плоскость — приемник; источник — точка — плоскость — приемник, источник — плоскость — точка — приемник. Такие поля были рассчитаны для всех 64 положений источника и затем обработаны. Результат обработки изображен на рис. 2, где хорошо видно положение как рассеивающей точки, так и отражающей плоскости.

б). Следующие примеры иллюстрируют возможности алгоритма при восстановлении финитных неоднородностей скорости — цилиндрических включений с круговым (диаметром $D = 2$ км) и эллиптическим сечениями. Центры этих включений расположены в точке с координатами $x = 3,2$ км, $y = 3$ км, диаметр большой оси эллипса $D = 2$ км, отношение большой оси эллипса к малой $D/d = 3$. Рассеянное волновое поле было рассчитано по программам В. В. Воронина [2]. Подчеркнем, что для этих моделей параметр $\epsilon \sim 10^3$, т. е. существенно больше единицы.

На рис. 3 приведен в качестве примера монтаж трасс волнового поля, возбужденного в точке $x_0 = 6,4$ км и рассеянного цилиндрическим включением с эллиптическим сечением и скоростью $c_2 = 0,9$ км/с.

На рис. 4 изображен результат восстановления цилиндрического включения с круговым сечением. Подчеркнем, что наряду с горизонтально расположенными элементами поверхности раздела скоростей хорошо восстановились и вертикально расположенные элементы поверхности.

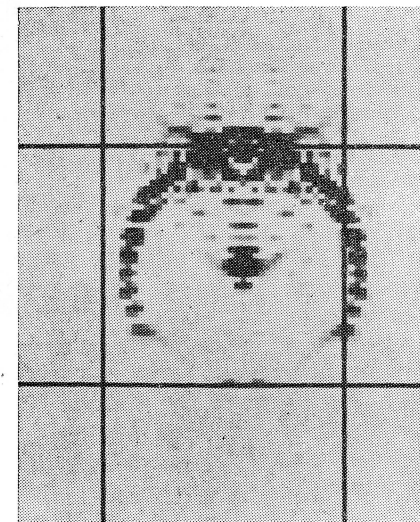


Рис. 4. Результат восстановления цилиндрического включения с круговым сечением, $c_1 = 1$ км/с, $c_2 = 2$ км/с.

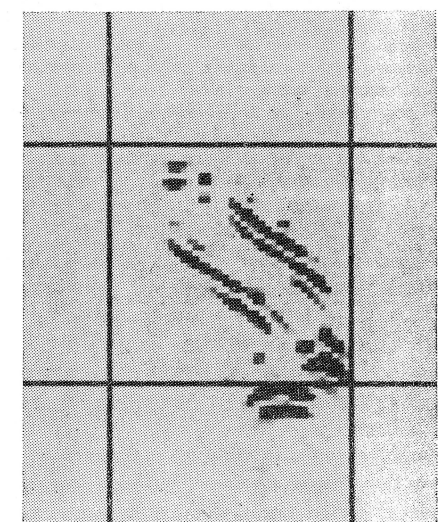


Рис. 5. Результат восстановления цилиндрического включения с эллиптическим сечением; $c_1 = 1$ км/с, $c_2 = 0,9$ км/с.

Восстановление этих элементов поверхности нельзя, по-видимому, объяснить с помощью лучевых представлений, и оно обусловлено чисто волновыми эффектами. Отметим также правильное восстановление нижних элементов поверхности, которые для нормального луча по кинематическим соображениям должны переместиться в центр круга. Однако использование избыточной многокурсовой информации и учет волновой природы процесса рассеяния позволили получить их правильное положение.

На рис. 5 изображены результаты восстановления цилиндрического включения с эллиптическим сечением.

Отметим, что хотя в примерах пункта б) параметр $\epsilon \gg 1$, т. е. формальные условия применимости развитой нами теории не выполняются, однако с качественной стороны результат визуализации этих неоднородностей представляется автору весьма хорошим.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Исследуем спектр $F(\kappa, p)$ функции $f(\rho, z)$. Воспользовавшись соотношениями (17) и (18) и тождеством

$$\delta[\xi(x + x_0) - \kappa] = \int dq \delta(\xi x - \kappa/2 - q) \delta(q - \kappa/2 + \xi x_0), \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \text{получим } F(2\kappa, 2p) &= \frac{1}{\pi} \sqrt{1 + 4 \frac{\kappa^2}{p^2}} \int_0^1 d\xi \xi \int dq \theta[\xi^2 - (q + \kappa)^2] \times \\ &\times \theta[\xi^2 - (q - \kappa)^2] (\sqrt{\xi^2 - (q + \kappa)^2} + \sqrt{\xi^2 - (q - \kappa)^2}) / (\sqrt{\xi^2 - (q + \kappa)^2} \times \\ &\times \sqrt{\xi^2 - (q - \kappa)^2}) [\delta(2p + \sqrt{\xi^2 - (q + \kappa)^2} + \sqrt{\xi^2 - (q - \kappa)^2}) + \\ &+ \delta(2p - \sqrt{\xi^2 - (q + \kappa)^2} - \sqrt{\xi^2 - (q - \kappa)^2})]. \end{aligned} \quad (29)$$

Из соотношения (29) видно, что $F(\kappa, p) = F(\kappa, -p)$. Рассмотрим для определенности случай $p > 0$, тогда первая из δ -функций в правой части формулы (28) дает нулевой вклад. Для того чтобы вычислить оставшийся интеграл, заметим, что уравнение

$$\gamma = 2p - \sqrt{\xi^2 - (q + \kappa)^2} - \sqrt{\xi^2 - (q - \kappa)^2} = 0 \quad (30)$$

имеет действительные корни

$$\hat{q} = \pm p \sqrt{\xi^2 - p^2 - \kappa^2} / \sqrt{p^2 + \kappa^2 \cos^2 \varphi} \quad (31)$$

при $\kappa^2 + p^2 \leq \xi^2$; здесь φ — угол между векторами \mathbf{q} и $\mathbf{\kappa}$. Поскольку

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial q} \right|_{q=\hat{q}} = 2 \frac{\hat{q}}{p} (p^2 + \kappa^2 \cos^2 \varphi) [\xi^2 - (\hat{q} + \kappa)^2]^{-1/2} \cdot [\xi^2 - (\hat{q} - \kappa)^2]^{-1/2}, \quad (32)$$

то

$$F(2\kappa, 2p) = \frac{1}{\pi} \sqrt{1 + 4 \frac{\kappa^2}{p^2}} \int_0^1 d\xi \cdot \xi \theta (\xi^2 - p^2 - \kappa^2) \int_0^{2\pi} d\varphi \theta [\xi^2 - (\kappa + \hat{q})^2] \times \\ \times \theta [\xi^2 - (\kappa - \hat{q})^2] \cdot p^2 \cdot (p^2 + \kappa^2 \cos^2 \varphi)^{-1}. \quad (33)$$

Отсюда уже нетрудно получить искомые соотношения (19).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейтман Г., Эрдейн А. Таблицы интегральных преобразований. — М.: Наука, 1969.
2. Воронин В. В. Численное решение двумерной задачи дифракции упругой волны на упругом теле методом потенциалов. Препринт № 123. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1978.
3. Запреев А. С., Цецохо В. А. Обратные задачи для уравнения Гельмгольца. Препринт № 22. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1976.
4. Запреев А. С. О возможности определения значений некоторых функционалов от дифрагирующего объекта, находящегося в стационарном магнитном поле. Препринт № 64. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1977.
5. Запреев А. С., Чеверда В. А. О некоторых обратных задачах для волнового уравнения. — В сб.: Математические методы решения прямых и обратных задач геофизики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1981.
6. Исследование прямых и обратных задач сейсмологии и разработка численных методов их решений. Отчет ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1981.
7. Мешбей В. И. Сейсморазведка методом ОГТ. — М.: Недра, 1973.
8. Mayne W. H. Common reflection point horizontal staking techniques. — Geophysics, 1962, v. 27, p. 927.
9. Taner M. T., Kochler F. Velocity spectro-digital computer derivation and applications of velocity function. — Geophysics, 1969, v. 34, p. 859.

ВЦ СО АН СССР
Новосибирск

Поступила в редакцию
20 апреля 1984 г.

A. N. Kremlev

WAVE ANALOGUE OF CDP METHOD

Obtained is a fresh solution of the problem of determining slight velocity heterogeneity in diffracted field that was recorded by multielement system of receivers under successive generation of the identical sources. The effect of accumulation due to redetermination of initial data allows the approach of CDP type for cancellation of multiple scattered noise-waves when arbitrary velocity heterogeneity is observed. The efficiency of constructed algorithm was tested by numerical modelling.

УДК 550.340

Ю. Н. ВОСТРИКОВ

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ ПОЧВЫ ПО РЕАЛЬНЫМ СЕЙСМОГРАММАМ И ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ПОПРАВОЧНОГО ПОЛИНОМА

Опробован ранее опубликованный способ решения обратной задачи сейсмометрии по реальным сейсмограммам. Предлагаемый обобщенный способ восстановления по записям в дальней зоне пригоден для обработки сейсмограмм любой длительности.